



Energieerhaltungssatz

Energie am Ende des Vorgangs = Energie am Anfang des Vorgangs + zugeführte Arbeit (z.B. gespannte Feder) - abgeführte Arbeit (hier durch Reibung)

$$\begin{array}{ccccccc}
 E_E & = & E_A & + & W_{zu} & - & W_{ab} \\
 \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
 E_{kin} & = & E_{pot} & & 0 & - & W_R = F_R \cdot s \\
 & & & & & & F_R = g \cdot \frac{f}{r}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 E_{kin} + E_{rot} &= E_{pot} \\
 \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 &= m g h \\
 \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m r^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} &= m g \cdot s \cdot \sin \Phi \quad | : m \\
 \frac{1}{2} v^2 + \frac{2}{10} v^2 &= g \cdot s \cdot \sin \Phi \\
 v^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{10} \right) &= g \cdot s \cdot \sin \Phi
 \end{aligned}$$

gewünscht: Abhängigkeit von Φ

also:

$$\boxed{h = s \cdot \sin \Phi}$$

ferner gilt:

$$\boxed{J = \frac{2}{5} m r^2}$$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{v^2}{r^2}}$$

$$v^2 = \frac{10}{7} \cdot g \cdot s \cdot \sin \Phi$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{10}{7} g \cdot s \cdot \sin \Phi}}$$

b) ohne Rotation ◦

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h \quad | : m \quad \boxed{h = s \cdot \sin \Phi}$$

$$\frac{1}{2} v^2 = g \cdot s \cdot \sin \Phi$$

$$v^2 = 2 g \cdot s \cdot \sin \Phi$$

$$\boxed{v = \sqrt{2 g \cdot s \cdot \sin \Phi}}$$

Vergleich: • mit Rotation: $v = \sqrt{\frac{10}{7} g s \cdot \sin \Phi}$

• ohne Rotation:
(Gleitreibung) $v = \sqrt{2 g s \cdot \sin \Phi}$

Erkenntnis:

Kugel beim Gleiten schneller als beim Rollen,
da beim Gleiten kein Trägheitsmoment der Rotation
vorhanden ◦

Bem: Gilt jedoch nur bei Vernachlässigung
der Reibung ◦

denn es gilt: $\mu_R < \mu_G$