

Ein Rasierspiegel mit dem Krümmungsradius r soll so benutzt werden, dass das aufrechte, virtuelle Bild in der Entfernung S vor dem Gesicht entsteht.

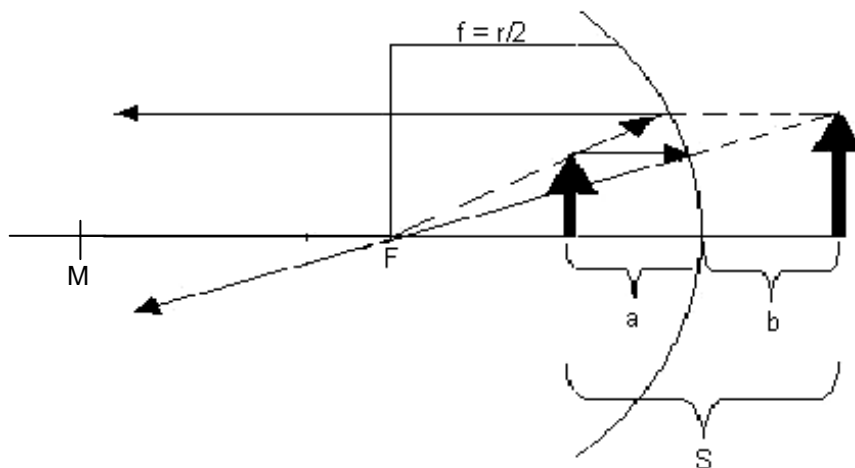
- In welcher Entfernung a muss sich das Gesicht vor dem Spiegel befinden?
- Wie groß ist der Abbildungsmaßstab?

($r = 300 \text{ mm}$; $S = 250 \text{ mm}$)

Wir wissen:

- Die Brennweite f eines sphärischen Spiegels ist gleich dem halben Kugelradius, $f = r/2$.
- Bei einem virtuell aufrechten Bild, welches hinter dem Spiegel entsteht, ist die Bildweite b negativ.

Skizze:



Es gilt:

$$1.) \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \text{und} \quad 2.) \quad S = a - b \quad \text{bzw.} \quad a = S + b$$

2 in 1 eingesetzt liefert:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S+b} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{b+S+b}{(S+b)b}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2b+S}{Sb+b^2}$$

$$b^2 + Sb = 2bf + Sf$$

$$b^2 + b(S-2f) - Sf = 0$$

Einsetzen der Werte:

$$b^2 + b(250\text{mm} - 2 \cdot 150\text{mm}) - 250\text{mm} \cdot 150\text{mm} = 0$$

$$b^2 + b(-50\text{mm}) - 37500\text{mm}^2 = 0$$

$$b_{1,2} = 25\text{mm} \pm \sqrt{625\text{mm}^2 + 37500\text{mm}^2}$$

$$b_1 = 25 + 195,26 = 220,26\text{mm} \quad (\text{scheidet aus, da positiv})$$

$$b_2 = 25 - 195,26 = \underline{\underline{-170,26\text{mm}}}$$

Für die gesuchte Entfernung a ergibt sich somit:

$$a = S + b$$

$$a = 250\text{mm} - 170,26\text{mm} = \underline{\underline{79,74\text{mm}}}$$

Antwort: Das Gesicht muss sich in einer Entfernung von 79,74mm vor dem Spiegel befinden.

b)

Es gilt:

$$V = \frac{b}{a}$$

$$V = \frac{-170,26\text{mm}}{79,74\text{mm}} = \underline{\underline{-2,135}}$$

Antwort: Der Abbildungsmaßstab V beträgt $-2,135$.