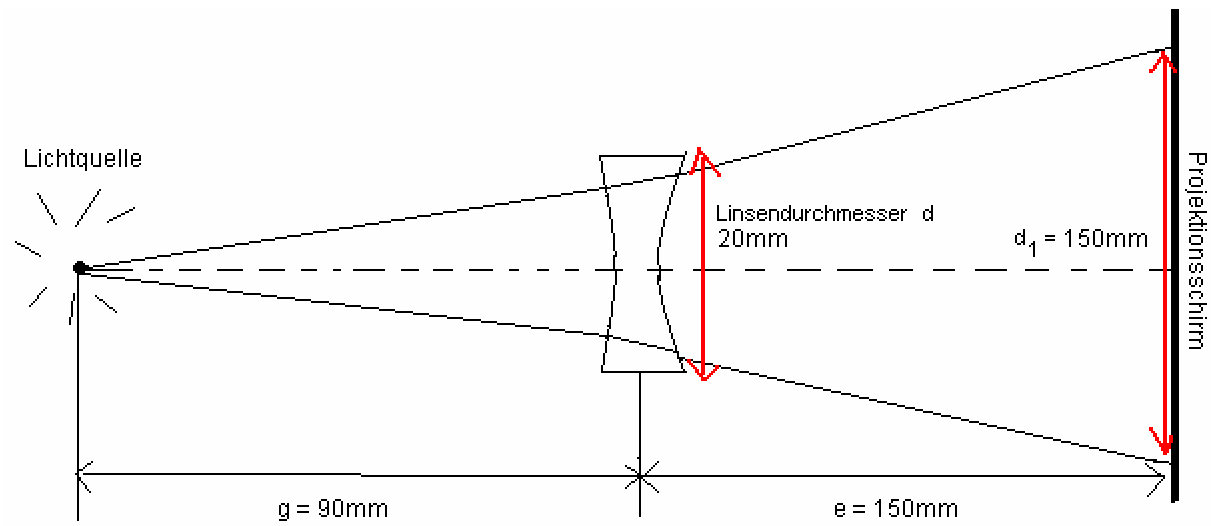
OP 10

Aufgabe:

Vor einer Zerstreuungslinse ist im Abstand g=90mm auf der optischen Achse eine punktförmige Lichtquelle aufgestellt. Die linse hat den Durchmesser d=20mm. Auf einem Schirm in der Entfernung e=350mm hinter der Linse entsteht ein beleuchteter Kreis vom Durchmesser d1=150mm.

Welche Brennweite "*f*" hat die Linse??
(g= 90mm; d= 20mm; e= 350mm; d_1= 150mm)

Vereinfachte Skizze:



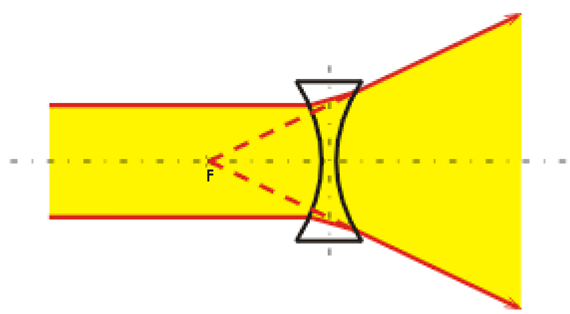
Lösung:

Abbildungsformel für eine Zerstreuungslinse:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{g} - \frac{1}{b}$$

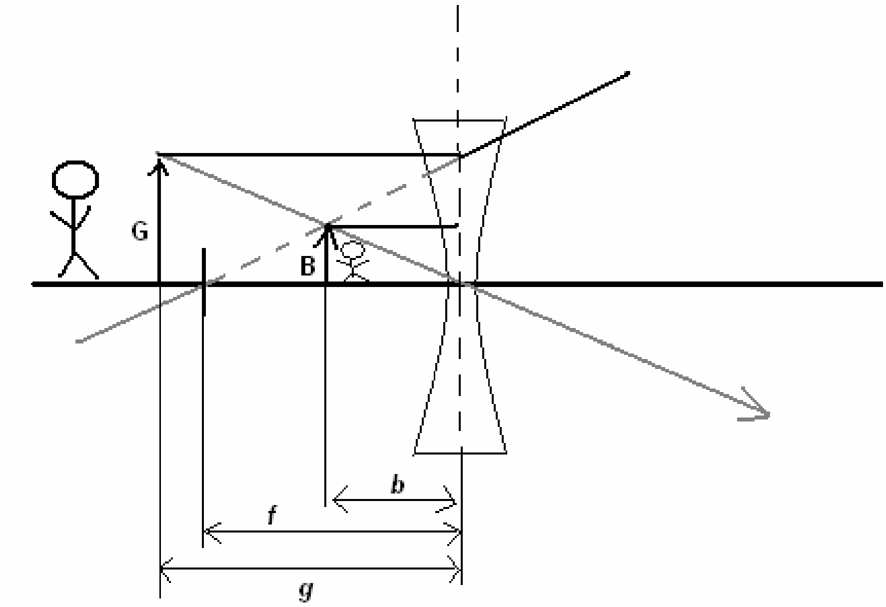
Gegenstandsweite „g“ ist gegeben. Wir wollen b (Bildweite) rausbekommen!

Ansatz: Strahlensatz

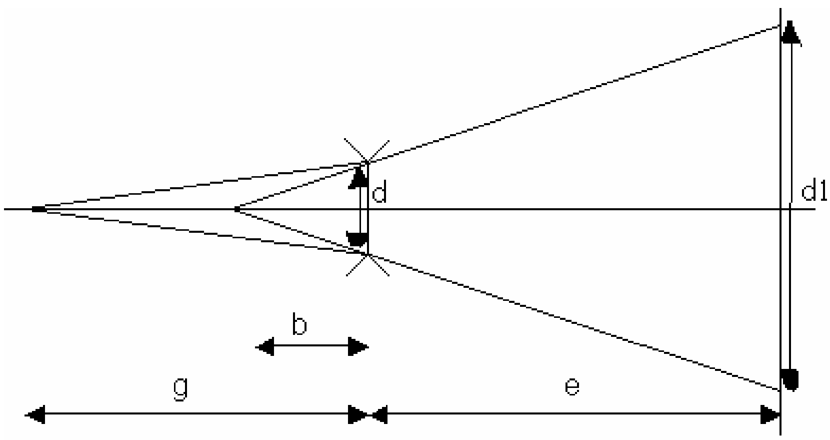


Dreieck! Vom (virtuellen-)Brennpunkt f bis zum Projektionsschirm!

Bildkonstruktion bei einer (dünnen) Zerstreuungslinse (bikonvex)!



Für unsere Rechnung stark vereinfacht:



$\frac{d}{d_1} = \frac{b}{e+b}$ umgestellt nach „b" ergibt: $b = \frac{e \cdot d}{d_1 - d}$

$b = \frac{350mm \cdot 20mm}{150mm - 20mm} \approx \underline{\underline{53{,}85mm}}$ somit beträgt die Bildweite 53, 85mm

Jetzt zur gesuchten Brennweite f:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{g} - \frac{1}{b} = \frac{1}{90mm} - \frac{1}{53{,}85mm} = -\left(-\frac{1}{0{,}00745mm}\right) = \underline{\underline{134{,}06mm}}$$

Zuerst beweise ich folgenden Satz:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a_1}{b_1 - \lambda a_1} = \frac{a_2}{b_2 - \lambda a_2} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

Der Beweis geht so:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{b_1}{a_1} - \lambda = \frac{b_2}{a_2} - \lambda$$

q.e.d.

$$\Leftrightarrow \quad \frac{b_1 - \lambda a_1}{a_1} = \frac{b_2 - \lambda a_2}{a_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a_1}{b_1 - \lambda a_1} = \frac{a_2}{b_2 - \lambda a_2}$$

Wenn wir diesen Satz für $\lambda = 1$ anwenden, erhalten wir:

$$\frac{d}{d_1} = \frac{b}{e + b}$$

$$\frac{d}{d_1 - d} = \frac{b}{(e + b) - b}$$

$$\frac{d}{d_1 - d} = \frac{b}{e}$$

$$\frac{e \cdot d}{d_1 - d} = b$$

$$b = \frac{e \cdot d}{d_1 - d}$$