

Vergleichen Sie die Frequenz eines Photons, das aus einem Übergang $n=21$ zu $n=20$ beim Wasserstoff herrührt, mit den Rotationsfrequenzen des Elektrons in den Zuständen $n=21$, $n=20$.

Beim Übergang eines Elektrons von einer stationären Bahn größerer Energie E_m auf eine stationäre Bahn kleinerer Energie E_n ($m > n$), wird Licht mit einer bestimmten Wellenlänge emittiert, für dessen Wellenlänge gilt:

$$\nu_{m,n} = \frac{1}{h} \cdot (E_m - E_n)$$

Der Energiewert im bestimmten Zustand k ist:

$$E_k = -R \cdot h \cdot \frac{Z^2}{k^2}, \text{ wobei } Z \text{ beim Wasserstoffatom } 1 \text{ ist (Anzahl der Ladungsträger)}$$

Eingesetzt in die obere Gleichung ergibt sich:

$$\nu_{m,n} = \frac{1}{h} \cdot R \cdot h \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

R ist dabei die Rydberg-Konstante und hat den Wert $R = 3,29 \cdot 10^{15} \frac{1}{s}$

Einsetzen der Werte:

$$\nu_{m,n} = 3,29 \cdot 10^{15} \frac{1}{s} \left(\frac{1}{20^2} - \frac{1}{21^2} \right) = 7,6468 \cdot 10^{11} \frac{1}{s}$$

Berechnung der Rotationsfrequenzen:

Aus den Gleichungen des Bohrschen Atommodells

$$m_e \cdot r^2 \cdot \omega = n \cdot \hbar \text{ und}$$

$$m_e \cdot r^3 \cdot \omega^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \text{ folgt:}$$

$$\omega = \frac{1}{n^3} \cdot \frac{\pi \cdot m \cdot e^4}{2 \cdot h^3 \cdot \epsilon_0^2} = \frac{1}{n^3} \cdot 4\pi \cdot R$$

$$\Rightarrow f_n = \frac{1}{n^3} \cdot \frac{4\pi \cdot R}{2\pi} = \frac{1}{n^3} \cdot 2R$$

Einsetzen der Werte:

$$f_{21} = \frac{1}{21^3} \cdot 2 \cdot 3,29 \cdot 10^{15} \frac{1}{s} = 7,1051 \cdot 10^{11} \frac{1}{s}$$

$$f_{20} = \frac{1}{20^3} \cdot 2 \cdot 3,29 \cdot 10^{15} \frac{1}{s} = 8,225 \cdot 10^{11} \frac{1}{s}$$

Es fällt auf, dass die Frequenz des Photons zwischen den Rotationsfrequenzen der Elektronen liegt.

Mittelwert von f_{21} und f_{20} :

$$f_{20,21} = \frac{f_{20} + f_{21}}{2} = \frac{7,1051 + 8,225}{2} \cdot 10^{11} \frac{1}{s} = 7,665 \cdot 10^{11} \frac{1}{s}$$

Die Abweichung zwischen dem Mittelwert der beiden Rotationsfrequenzen und der Frequenz des Photons ist gering (0,24%)