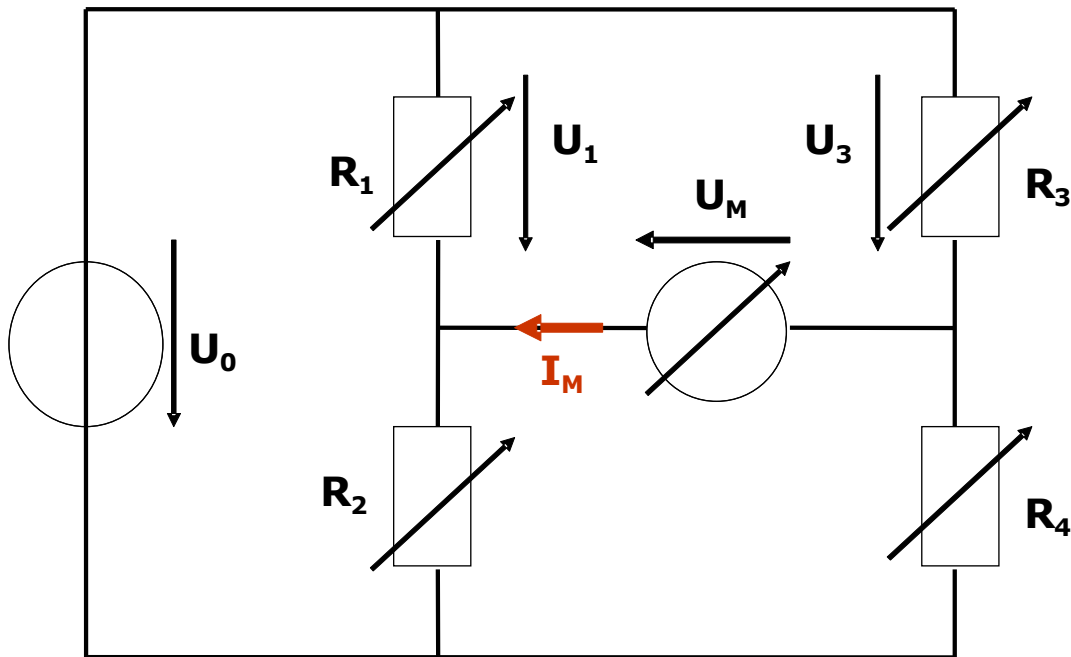


Zur Messung von Längenänderungen bei Biegevorgängen wird die unten gezeigte Brückenschaltung mit DMS-Widerständen $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 600 \Omega$ und $U_0 = 20 \text{ V}$ eingesetzt.

Das Messgerät für U_M ist sehr hochohmig: $I_M \rightarrow 0$.



Betrachtet man den Stromweg, wenn die Widerstände der Messbrücke verändert werden, erkennt man warum die Richtungspfeile von I_M und U_M in der obigen Schaltung so angeordnet sind.

Wie groß wird U_M , wenn

- der Messstreifen 1 um 0.05% gedehnt und der Widerstand R_1 um 0,1% erhöht wird?
- die Widerstände R_1 und R_4 um 0,1% vergrößert werden?
- die Widerstände R_1 und R_4 um 0,1% vergrößert, R_2 und R_3 um 0,1% verkleinert werden?

a.)

Als Ausgangsformel ergibt sich aus der Schaltung folgende Formel (vergleich Messtechnikscript, Kapitel 4, Seite 56)

$$U_M = U_1 - U_3 = U_0 \cdot \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

auf den gleichen Nenner gebracht ergibt sich

$$U_M = U_0 \cdot \left(\frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2) - R_1 \cdot (R_3 + R_4)}{(R_3 + R_4) \cdot (R_1 + R_2)} \right)$$

aufgelöst und dann vereinfacht

$$\begin{aligned} U_M &= U_0 \cdot \left(\frac{R_3 R_1 + R_3 R_2 - R_1 R_3 - R_1 R_4}{R_3 R_1 + R_3 R_2 + R_4 R_1 + R_4 R_2} \right) \\ &= U_0 \cdot \left(\frac{R_3 R_2 - R_1 R_4}{R_3 R_1 + R_3 R_2 + R_4 R_1 + R_4 R_2} \right) \end{aligned}$$

weiter vereinfacht unter der Voraussetzung $R_2 = R_3 = R_4 = 600 \Omega$

$$U_M = U_0 \cdot \left(\frac{(R_2)^2 - (R_1 R_2)}{2(R_2)^2 + 2(R_1 R_2)} \right) = 20V \cdot \left(\frac{360000\Omega - 360360\Omega}{2 \cdot 360000\Omega + 2 \cdot 360360\Omega} \right)$$

als Ergebnis ergibt sich dann

$$\begin{aligned} U_M &= 20V \cdot \left(\frac{-360\Omega}{1440720\Omega} \right) = 20V \cdot \left(\frac{-36\Omega}{144072\Omega} \right) \\ &= 20V \cdot \left(\frac{-1}{4002} \right) = -4,997mV \approx \underline{\underline{-5mV}} \end{aligned}$$

b.)

unter der Voraussetzung $R_1 = R_4 = 600,6 \Omega$ und $R_2 = R_3 = 600 \Omega$ gilt, mit der Formel aus Aufgabenteil A

$$U_M = U_0 \cdot \left(\frac{R_3 R_2 - R_1 R_4}{R_3 R_1 + R_3 R_2 + R_4 R_1 + R_4 R_2} \right)$$
$$= U_0 \cdot \left(\frac{(R_2)^2 - (R_1)^2}{(R_2)^2 + (R_1)^2 + 2(R_2 R_1)} \right)$$

als Ergebnis ergibt sich dann

$$U_M = 20V \cdot \left(\frac{-720,36\Omega}{1441440,36\Omega} \right) = -9,995mV \approx \underline{\underline{-10mV}}$$

c.)

unter der Voraussetzung $R_1 = R_4 = 600,6 \Omega$ und $R_2 = R_3 = 599,4 \Omega$ gilt, mit der Formel aus Aufgabenteil A

$$U_M = U_0 \cdot \left(\frac{(R_2)^2 - (R_1)^2}{(R_2)^2 + (R_1)^2 + 2(R_2 R_1)} \right) = 20V \cdot \left(\frac{-1440\Omega}{1440000\Omega} \right) = \underline{\underline{-20mV}}$$