

## Physikaufgabe M27

Zwei Kugeln  $m_1 = 5 \text{ kg}$  und  $m_2 = 10 \text{ kg}$  stoßen mit den Geschwindigkeiten  $v_1 = 5 \text{ m/s}$  und  $v_2 = 8 \text{ m/s}$  längs einer Geraden aufeinander.

a) Leiten sie die Beziehung für die Geschwindigkeiten  $v_1'$  und  $v_2'$  der beiden Kugeln nach dem Stoß her.

b) Welche Geschwindigkeit haben die Kugeln nach dem Stoß, wenn er elastisch bzw. unelastisch ist?

c) Vorausgesetzt wird, dass die auftretenden Kräfte konservativ sind, d.h. Energieerhaltungssatz und Impulserhaltungssatz gelten:

Daraus folgt:

$$(1) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad \text{Energieerhaltungssatz}$$

$$(2) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \text{Impulserhaltungssatz}$$

aus (1) folgt:

$$m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 (v_2'^2 - v_2^2)$$

$$(3) \quad m_1 (v_1 - v_1') (v_1 + v_1') = m_2 (v_2' - v_2) (v_2' + v_2)$$

aus (2) folgt:

$$(4) \quad m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_2' - v_2)$$

Teilen von (3) durch (4) :

$$\frac{m_1 (v_1 - v_1') (v_1 + v_1')}{m_1 (v_1 - v_1')} = \frac{m_2 (v_2' - v_2) (v_2' + v_2)}{m_2 (v_2' - v_2)}$$

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2$$

$$(5) \quad v_1' = v_2' + v_2 - v_1$$

$$(6) \quad v_2' = v_1' + v_1 - v_2$$

Durch Einsetzen von (5) in (2) erhält man :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 (v_2' + v_2 - v_1) + m_2 v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_2' + m_1 v_2 - m_1 v_1 + m_2 v_2'$$

$$2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1) = v_2' (m_1 + m_2)$$

$$\frac{2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = v_2'$$

Durch Einsetzen von (6) in (2) erhält man :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 (v_1' + v_1 - v_2)$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_1' + m_2 v_1 - m_2 v_2$$

$$2m_2 v_2 + m_1 v_1 - m_2 v_1 = v_1' (m_1 + m_2)$$

$$\frac{2m_2 v_2 + v_1 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = v_1'$$

b) Welche Geschwindigkeiten haben die Kugeln nach dem Stoß wenn er elastisch bzw. unelastisch ist?

elastischer Stoß:

$$v_1' = \frac{2m_2 v_2 + v_1 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$v_1' = \frac{2 \cdot 10 \text{ kg} \cdot (-8 \text{ m/s}) + 5 \text{ m/s} (5 \text{ kg} - 10 \text{ kg})}{5 \text{ kg} + 10 \text{ kg}}$$

$$v_1' = \underline{\underline{-12,333 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{2 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s} + (-8 \text{ m/s}) \cdot (10 \text{ kg} - 5 \text{ kg})}{5 \text{ kg} + 10 \text{ kg}}$$

$$v_2' = \underline{\underline{0,666 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

inelastischer Stoß : (Impulserhaltung) [ $v_1' = v_2' = v'$ ]

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = v' (m_1 + m_2)$$

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v' = \frac{5 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s} + 10 \text{ kg} \cdot (-8 \text{ m/s})}{5 \text{ kg} + 10 \text{ kg}}$$

$$v' = \underline{\underline{-3,666 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$