

Bei der optischen Abbildung mit Linsen macht sich die Dispersion $n(\lambda)$ störend als Farbfehler bemerkbar. Als Maß für den Farbfehler kann die Differenz der Brennweiten für rotes und blaues Licht, $f_{rot} - f_{blaugrün}$, der relative

Farbfehler $\frac{f_{rot} - f_{blaugrün}}{f_{gelb}}$ angegeben oder die Abbe-Zahl v_{gelb} gemäß $v_{gelb} = \frac{n_{gelb} - 1}{n_{blaugrün} - n_{rot}}$ benutzt werden.

Gegeben sei eine Bikonvexlinse mit den Krümmungsradien $r_1 = r_2 = r = 10\text{cm}$ aus dem optischen Glas BK7 (Borkronglas) mit den Brechungsindices:

$$n_{rot} = 1,5143 \text{ für rotes Licht } (\lambda=656,3\text{nm}),$$

$$n_{gelb} = 1,5168 \text{ für gelbes Licht } (\lambda=587,6\text{nm}),$$

$$n_{blaugrün} = 1,5224 \text{ für blaugrünes Licht } (\lambda=486,1\text{nm}).$$

a) Wie groß sind die Brennweiten f_{rot} , f_{gelb} und $f_{blaugrün}$ und die Farbfehler?

b) Wie ist der Zusammenhang zwischen den Brennweiten f_{rot} , f_{gelb} und $f_{blaugrün}$ und der Abbe-Zahl v_d ?

$$(n-1) * \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \left((n-1) * \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right)^{-1} \quad \parallel \text{ Skript Seite 32 - Geometrische Optik}$$

$$f_{rot} = \left((1,5143-1) * \left(\frac{1}{10\text{cm}} + \frac{1}{10\text{cm}} \right) \right)^{-1} = 9,722\text{cm}$$

Zu a)

$$f_{gelb} = \left((1,5168-1) * \frac{2}{10\text{cm}} \right)^{-1} = 9,675\text{cm}$$

$$f_{blaugrün} = \left((1,5224-1) * \frac{2}{10\text{cm}} \right)^{-1} = 9,571\text{cm}$$

Farbfehler: $f_{rot} - f_{blaugrün} = 9,722\text{cm} - 9,571\text{cm} = 0,151\text{cm}$

relativer Farbfehler: $\frac{f_{rot} - f_{blaugrün}}{f_{gelb}} = \frac{9,722\text{cm} - 9,571\text{cm}}{9,675\text{cm}} = 0,0156 = 1,56\%$

b) Abbe-Zahl: $v_{gelb} = \frac{n_{gelb} - 1}{n_{blaugrün} - n_{rot}} = \frac{1,5168 - 1}{1,5224 - 1,5143} = 63,80$

Zusammenhang:

$$f = \frac{1}{\left((n-1) * \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right)} = \frac{1}{(n-1) * \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 * r_2} \right)} = \frac{r_1 * r_2}{(n-1) * (r_1 + r_2)} \quad \text{da } r_1 = r_2 \Rightarrow f = \frac{r}{2(n-1)} \Rightarrow n = \frac{r}{2 * f} + 1$$

$$v_{gelb} = \frac{n_{gelb} - 1}{n_{blaugrün} - n_{rot}} = \frac{\frac{r}{2f_{gelb}} + 1 - 1}{\frac{r}{2f_{blaugrün}} + 1 - \left(\frac{r}{2f_{rot}} + 1 \right)} = \frac{\frac{r}{2f_{gelb}}}{\frac{r}{2} * \left(\frac{1}{f_{blaugrün}} - \frac{1}{f_{rot}} \right)}$$

$$= \frac{f_{blaugrün} * f_{rot}}{f_{gelb} (f_{rot} - f_{blaugrün})} = \frac{9,571\text{cm} * 9,722\text{cm}}{9,675\text{cm} (9,722\text{cm} - 9,571\text{cm})} = 63,80$$