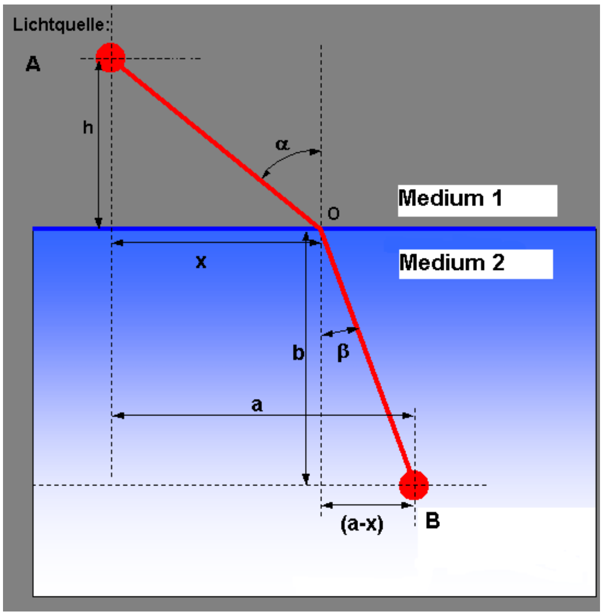
**<u>Aufgabe:</u> Man zeige, dass das Brechungsgesetz aus einem Extremalprinzip hergeleitet werden kann: Das Licht legt den Weg zwischen den Punkten A und B in möglichst kurzer Zeit zurück (Laufzeit t minimal).**

**<u>Lösung:</u> Skizze:**




Die Laufzeit t berechnet sich durch:

$$t = \frac{\overline{A0}}{v_1} + \frac{\overline{0B}}{v_2} \qquad (1)$$

$v_1$ bzw. $v_2$ :
Lichtgeschwindigkeit im Medium 1 bzw. 2

$$\overline{A0} = \sqrt{h^2 + x^2} \quad \text{und} \quad \overline{0B} = \sqrt{b^2 + (a-x)^2}$$

Damit folgt:

$$t = \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}}{v_2}$$

Die Strecke x beschreibt den Eintrittspunkt des Lichtstrahls auf der Glasoberfläche. Um den Eintrittspunkt zu ermitteln, für den die Laufzeit t minimal ist, differenziert man mit $\frac{dt}{dx}$.

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1 * \sqrt{h^2 + x^2}} + \frac{-(a-x)}{v_2 * \sqrt{b^2 + (a-x)^2}} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{x}{v_1 * \sqrt{h^2 + x^2}} = \frac{(a-x)}{v_2 * \sqrt{b^2 + (a-x)^2}}$$

Für den Sinus des Einfallswinkels α und den des Ausfallwinkels β gilt:

$$\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} \quad ; \quad \sin\beta = \frac{(a-x)}{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}}$$

Eingesetzt in Gleichung (4):

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{\sin\beta}{v_2} \Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}}$$